Chapter-2

मात्रक तथा मापन

Units and Measurement

प्रश्नावली

प्रश्न 1. रिक्त स्थानों को भरिए।

(a) किसी 1 cm भुजा वाले घन का आयतन ......m^3 के बराबर है।

(b) किसी 2cm त्रिज्या व 10cm ऊँचाई वाले सिलिंडर का पृष्ठ क्षेत्रफल ......$(mm)^2$ के बराबर है।

(c) कोई गाड़ी 18km/h की चाल से चल रही है तो यह 1 s में ......m चलती है।

(d) सीसे का आपेक्षिक घनत्व 11.3 है। इसका घनत्व ......$g\,cm^{-3}$ या ......$kg\,m^{-3}$ है।

हल (a) किसी 1 cm भुजा वाले घन का आयतन $V = (1\text{ cm})^3$

$$= (10^{-2})^3\text{ m}^3$$

$$= 10^{-6}\text{ m}^3$$

(b) r त्रिज्या व h ऊँचाई के ठोस बेलन का पृष्ठ क्षेत्रफल

A = दोनों समतल पृष्ठों का क्षेत्रफल + वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल

$$= 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

$$= 2\pi r(r + h)$$

यहाँ, $r = 2\text{ cm} = 20\text{ mm}$, $h = 10\text{ cm} = 100\text{ mm}$

$\therefore$ ठोस बेलन का पृष्ठ क्षेत्रफल

$$A = 2 \times \frac{22}{7} \times 20\,(20 + 100)\,(\text{mm})^2$$

$$= 15085\ \text{mm}^2$$

$$= 1.5085 \times 10^4\ \text{mm}^2$$

$$= 1.5 \times 10^4\ \text{mm}^2$$

(c) यहाँ, वाहन का वेग $v = 18\ \text{km/h} = \dfrac{18 \times 1000}{3600} = 5\ \text{m/s}$

दूरी = चाल × समय

1 सेकण्ड में तय की गई दूरी, $x = vt = 5 \times 1 = 5\ \text{m}$

(d) सीसे का आपेक्षिक घनत्व = 11.3

पानी का घनत्व = $1\ \text{g/cm}^3$

हम जानते हैं कि सीसे का आपेक्षिक घनत्व $= \dfrac{\text{सीसे का घनत्व}}{\text{पानी का घनत्व}}$

$\therefore$ सीसे का घनत्व = सीसे का आपेक्षिक घनत्व × जल का घनत्व

$$= 11.3 \times (1\ \text{g/cm}^3) = 11.3\ \text{g/cm}^3$$

SI पद्धति में जल का घनत्व $= 10^3\ \text{kg/m}^3$

$\therefore$ सीसे का घनत्व $= 11.3 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$

$$= 1.13 \times 10^4\ \text{kg/m}^3$$

प्रश्न 2. रिक्त स्थानों को मात्रकों के उचित परिवर्तन द्वारा भरिए

(a) $1\ \text{kg m}^2/\text{s}^2 = \ldots\ldots \text{g cm}^2/\text{s}^2$

(b) $1\ \text{m} = \ldots\ldots \text{ly}$

(c) $3.0\ \text{m/s}^2 = \ldots\ldots \text{km/h}^2$

(d) $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{Nm}^2(\text{kg})^{-2} = \ldots\ldots (\text{cm})^3/\text{s}^2/\text{g}$

हल (a) $1\ \text{kg m}^2/\text{s}^2 = 1\,(10^3\text{g})(10^2\ \text{cm})^2/\text{s}^2$

$(\because 1\ \text{kg} = 1000\ \text{g} = 10^3\ \text{g},\ 1\ \text{m} = 100\ \text{cm} = 10^2\ \text{cm})$

$$= 10^3 \times 10^4\text{g cm}^2/\text{s}^2$$

$$= 10^7\ \text{g cm}^2/\text{s}^2$$

(b) हम जानते हैं कि 1 प्रकाश वर्ष (ly) $= 9.46 \times 10^{15}\text{m}$

$$\therefore \quad 1\text{m} = \frac{1}{9.46 \times 10^{15}}\ \text{ly}$$

$$= 1.057 \times 10^{-16}\ \text{ly}$$

(c) $3.0\ m/s^2 = 3\times10^{-3} km \times \left(\frac{1}{60\times60}h\right)^{-2}$

$(\because 1\ km = 1000\ m \ \therefore 1\ m = 10^{-3}\ km, 1\ h = 6\times60\ s \ \therefore 1\ s = \frac{1}{60\times60}h)$

$= 3\times10^{-3}\times(3600)^2\ km/h^2$

$= 3.888\times10^4\ km/h^2$

$= 3.9\times10^4\ km/h^2$

(d) $G = 6.67\times10^{-11} Nm^2/kg^2$

$= 6.67\times10^{-11}(10^5\ dyne)(10^2\ cm)^2(10^3 g)^{-2}$ ($\because$ 1 न्यूटन = 10^5 डाइन)

$= 6.67\times10^{-11}\times10^5\times10^4\times10^{-6}\ dyne\text{-}cm^2/g^2$

$= 6.67\times10^{-8}\ (g\text{-}cm/s^2)\ cm^2/g^2$

$= 6.67\times10^{-8} cm^3/g\text{-}s^2$

प्रश्न 3. ऊष्मा या ऊर्जा का मात्रक कैलोरी है और यह लगभग 4.2 J के बराबर है, जहाँ $1\ J = 1\ kg\ m^2s^{-2}$। मान लीजिए कि हम मात्रकों की कोई ऐसी प्रणाली उपयोग करते हैं जिससे द्रव्यमान का मात्रक α kg के बराबर है, लम्बाई का मात्रक β m के बराबर है, समय का मात्रक γ s के बराबर है। यह प्रदर्शित कीजिए कि नए मात्रकों के पदों में कैलोरी का परिमाण $4.2\alpha^{-1}\beta^{-2}\gamma^2$ है।

हल ऊर्जा का विमीय सूत्र = $[ML^2T^{-2}]$

माना M_1, L_1, T_1 तथा M_2, L_2, T_2 दी गई दोनों पद्धतियों में क्रमशः द्रव्यमान, लम्बाई व समय के मात्रक हैं।

$\therefore$ $$M_1 = 1 kg, M_2 = \alpha kg$$
$$L_1 = 1 m, L_2 = \beta m$$
$$T_1 = 1\ s, T_2 = \gamma\ s$$

किसी भी भौतिक राशि के लिए, उसके परिमाण एवं मात्रक का गुणनफल सदैव नियत रहता है।

$\therefore$ $$n_1u_1 = n_2u_2$$

या $$n_2 = n_1\frac{u_1}{u_2}$$

$$= 4.2\times\frac{[M_1L_1^2T_1^{-2}]}{[M_2L_2^2T_2^{-2}]}$$

$$= 4.2\left[\frac{M_1}{M_2}\right]\times\left[\frac{L_1}{L_2}\right]^2\times\left[\frac{T_1}{T_2}\right]^{-2}$$

$$= 4.2\left[\frac{1}{\alpha}kg\right]\times\left[\frac{1}{\beta}m\right]^2\times\left[\frac{1}{\gamma}s\right]^{-2}$$

$$n_2 = 4.2\ \alpha^{-1}\beta^{-2}\gamma^2 \text{ नया मात्रक}$$

$\therefore$ $$1\ cal = 4.2\alpha^{-1}\beta^{-2}\gamma^2 \text{ नया मात्रक}$$

प्रश्न 4. इस कथन की स्पष्ट व्याख्या कीजिए : तुलना के मानक का विशेष उल्लेख किए बिना "किसी विमीय राशि को 'बड़ा' या 'छोटा' कहना अर्थहीन है"। इसे ध्यान में रखते हुए नीचे दिए गए कथनों को जहाँ कहीं भी आवश्यक हो, दूसरे शब्दों में व्यक्त कीजिए

(a) परमाणु बहुत छोटे पिण्ड होते हैं।
(b) जेट वायुयान अत्यधिक गति से चलता है।
(c) बृहस्पति का द्रव्यमान बहुत ही अधिक है।
(d) इस कमरे के अंदर वायु में अणुओं की संख्या बहुत अधिक है।
(e) इलेक्ट्रॉन, प्रोटॉन से बहुत भारी होता है।
(f) ध्वनि की गति प्रकाश की गति से बहुत ही कम होती है।

हल यह वक्तव्य सत्य है। कि किसी भी भौतिक राशि को किसी मानक की तुलना में बड़ा या छोटा कहा जा सकता है। उदाहरणार्थ- एक लड़के का द्रव्यमान 40 किग्रा है। यह द्रव्यमान पृथ्वी के द्रव्यमान (6×10^{24} किग्रा) की तुलना में बहुत कम है परन्तु एक इलेक्ट्रॉन के द्रव्यमान (9.1×10^{-31} किग्रा) की तुलना में बहुत अधिक है।

(a) एक परमाणु का आकार शुगर के घन की तुलना में बहुत छोटा है।
(b) एक जैट वायुयान, सुपर फास्ट ट्रेन से तेज गति करती है।
(c) बृहस्पति ग्रह का द्रव्यमान यूरेनस ग्रह के द्रव्यमान की तुलना में बहुत अधिक है।
(d) किसी कमरे में उपस्थित वायु में अणुओं की संख्या, वायु के 1 मोल में उपस्थित अणुओं की संख्या से बहुत अधिक है।
(e) वक्तव्य पूर्णतः सत्य है।
(f) वक्तव्य पूर्णतः सत्य है।

प्रश्न 5. लम्बाई का कोई ऐसा नया मात्रक चुना गया है जिसके अनुसार निर्वात् में प्रकाश की चाल 1 है। लम्बाई के नए मात्रक के पदों में सूर्य तथा पृथ्वी के बीच की दूरी कितनी है, प्रकाश इस दूरी को तय करने में 8 मिनट और 20 सेकण्ड लगता है?

हल प्रकाश की वायु में चाल $(c) = 1$ (लम्बाई का नया मात्रक s^{-1})

प्रकाश द्वारा पृथ्वी तक पहुँचने में लगा समय

$$t = 8\,\text{min} + 20\,\text{s}$$
$$= (8 \times 60 + 20)\,\text{s} = 500\,\text{s}$$

सूर्य एवं पृथ्वी के बीच की दूरी = प्रकाश की चाल × समय

$$x = c \times t$$
$$= 1\ (\text{लम्बाई का नया मात्रक } s^{-1}) \times 500\,\text{s}$$
$$= 500 \text{ लम्बाई का नया मात्रक}$$

प्रश्न 6. लम्बाई मापने के लिए निम्नलिखित में से कौन-सा सबसे परिशुद्ध यंत्र है?

(a) एक वर्नियर कैलिपर्स जिसके वर्नियर पैमाने पर 20 विभाजन हैं।
(b) एक स्क्रूगेज जिसका चूड़ी अंतराल 1mm और वृत्तीय पैमाने पर 100 विभाजन हैं।
(c) कोई प्रकाशिक यंत्र जो प्रकाश की तरंगदैर्ध्य की सीमा के अंदर लम्बाई माप सकता है।

हल जिस उपकरण का अल्पतमांक न्यूनतम होता है, वह सबसे यथार्थ उपकरण कहलाता है।

(a) वर्नियर पैमाने पर बने भागों की संख्या = 20

मुख्य पैमाना खाना (MSD) = 1 mm

वर्नियर पैमाने पर बने 20 भाग, मुख्य पैमाने पर बने 19 भागों के बराबर होंगे।

∴ वर्नियर पैमाना खाना (VSD) $= \frac{19}{20}$ MSD

वर्नियर कैलीपर्स की अल्पतमांक = 1 MSD − 1 VSD

$$= 1\,\text{MSD} - \frac{19}{20}\,\text{MSD} = \frac{1}{20}\,\text{MSD}$$

$$= \frac{1}{20}\,\text{mm} = \frac{1}{200}\,\text{cm}$$

$$= 0.005\,\text{cm}$$

(b) स्क्रूगेज (पेंचमापी) की पिच = 1 mm

वृत्तीय पैमाने पर बने भागों की संख्या = 100

$$\text{स्क्रूगेज की अल्पतमांक} = \frac{\text{पिच}}{\text{वृत्तीय पैमाने पर बने भागों की संख्या}}$$

$$= \frac{1}{100}\,\text{mm} = \frac{1}{1000}\,\text{cm} = 0.001\,\text{cm}$$

(c) प्रकाश की तंरगदैर्ध्य $(\lambda) \approx 10^{-7}\,\text{m} = 10^{-5}\,\text{cm} = 0.00001\,\text{cm}$

दिया हुआ प्रकाशिक उपकरण लम्बाई का मापन प्रकाश की तंरगदैर्ध्य की कोटि तक कर सकता है।

अतः दिए गए प्रकाशिक उपकरण की अल्पतमांक

= प्रकाश की तंरगदैर्ध्य = 0.0001 cm

दिए गए प्रकाशिक उपकरण की अल्पतमांक न्यूनतम है, अतः दिया गया प्रकाशिक उपकरण ही सबसे यथार्थ उपकरण है।

प्रश्न 7. कोई छात्र 100 आवर्धन के एक सूक्ष्मदर्शी के द्वारा देखकर मनुष्य के बाल की मोटाई मापता है। वह 20 बार प्रेक्षण करता है और उसे ज्ञात होता है कि सूक्ष्मदर्शी के दृश्य क्षेत्र में बाल की औसत मोटाई 3.5 mm है। बाल की मोटाई का अनुमान क्या है?

हल सूक्ष्मदर्शी का आवर्धन = 100

बाल की प्रेक्षित मोटाई = 3.5 mm

बाल की अनुमानित मोटाई निम्न सूत्र से दी जा सकती है

$$\text{आवर्धन} = \frac{\text{प्रेक्षित मोटाई}}{\text{वास्तविक मोटाई}}$$

$$\therefore \quad \text{वास्तविक मोटाई} = \frac{\text{प्रेक्षित मोटाई}}{\text{आवर्धन}}$$

$$= \frac{3.5}{100} = 0.035\,\text{mm}$$

प्रश्न 8. निम्नलिखित के उत्तर दीजिए

(a) आपको एक धागा और मीटर पैमाना दिया जाता है। आप धागे के व्यास का अनुमान किस प्रकार लगाएंगे?

(b) एक स्क्रूगेज का चूड़ी अंतराल 1.0mm है और उसके वृत्तीय पैमाने पर 200 विभाजन हैं। क्या आप यह सोचते हैं कि वृत्तीय पैमाने पर विभाजनों की संख्या स्वेच्छा से बढ़ा देने पर स्क्रूगेज की यथार्थता में वृद्धि करना सम्भव है?

(c) वर्नियर कैलिपर्स द्वारा पीतल की किसी पतली छड़ का माध्य व्यास मापा जाना है। केवल 5 मापनों के समुच्चय की तुलना में व्यास के 100 मापनों के समुच्चय के द्वारा अधिक विश्वसनीय अनुमान प्राप्त होने की संभावना क्यों है?

हल (a) धागे का व्यास इतना कम है कि इसका मापन मीटर-पैमाने की सहायता से नहीं मापा जा सकता है। धागे के व्यास का मापन करने के लिए हम धागे के अनेक फेरे पैमाने पर पास-पास लपेटते हैं। फेरों की संख्या गिनकर n ज्ञात करते हैं तथा पैमाने पर लिपटे हुए धागे की लम्बाई (l) मीटर पैमाने से माप लेते हैं।

$$\text{धागे का व्यास} = \frac{\text{लिपटे हुये धागे की लम्बाई } (l)}{\text{फेरों की संख्या } (n)}$$

(b) हाँ, स्क्रूगेज की यथार्थता में वृद्धि उसके वृत्तीय पैमाने पर बने भागों की संख्या बढ़ा कर की जा सकती है क्योंकि स्क्रूगेज की अल्पतमांक को निम्न सूत्र से प्रदर्शित करते हैं

$$\text{अल्पतमांक} = \frac{\text{पिच}}{\text{वृत्तीय पैमाने पर बने भागों की संख्या}}$$

अतः सूत्र से स्पष्ट है कि वृत्तीय पैमाने पर बने भागों की संख्या बढ़ाने पर स्क्रूगेज की अल्पतमांक कम हो जायगा। जिसके परिणामस्वरूप उसकी यथार्थता में वृद्धि हो जाएगी। यह उपाय सैद्धान्तिक रूप से तो सही है परंतु व्यवहारिक रूप में यह कठिन है क्योंकि वृत्तीय पैमाने पर खानों की संख्या बढ़ाने पर उन्हें पढ़ पाना सम्भव नहीं होगा क्योंकि मानव नेत्र की विभेदन सीमा सीमित है।

(c) वर्नियर कैलीपर्स द्वारा पीतल की किसी पतली छड़ का 100 मापनों के समुच्चय से ज्ञात माध्य व्यास, 5 मापनों के समुच्चय से ज्ञात माध्य व्यास की तुलना में अधिक विश्वसनीय होगा क्योंकि मापन में धनात्मक यादृच्छिक त्रुटि (positive random error) की सम्भावना ऋणात्मक यादृच्छिक त्रुटि (negative random error) के बराबर होती है। अतः अधिक प्रेक्षणों में त्रुटियाँ परस्पर एक-दूसरे को निरस्त कर देती हैं और हमें अधिक यथार्थ मान प्राप्त होता है।

प्रश्न 9. किसी मकान का फोटोग्राफ 35 mm स्लाइड पर 1.75 cm^2 क्षेत्र घेरता है। स्लाइड की किसी स्क्रीन पर प्रक्षेपित किया जाता है और स्क्रीन पर मकान का क्षेत्रफल 1.55m^2 है। प्रक्षेपित-परदा व्यवस्था का रेखीय आवर्धन क्या है?

हल स्लाइड पर मकान का क्षेत्रफल $1.75\ cm^2 = 1.75 \times 10^{-4}$ m

स्क्रीन पर मकान के प्रतिबिम्ब का क्षेत्रफल $= 1.55\ m^2$

$$\therefore \quad \text{क्षेत्रीय आवर्धन} = \frac{\text{प्रतिबिम्ब का क्षेत्रफल}}{\text{वस्तु का क्षेत्रफल}} = \frac{1.55}{1.75 \times 10^{-4}} \approx 8857$$

$$\text{रेखीय आवर्धन} = \sqrt{\text{क्षेत्रीय आवर्धन}} = \sqrt{8857} = 94.1$$

प्रश्न 10. **निम्नलिखित में सार्थक अंकों की संख्या लिखिए**

(a) $0.007\ m^2$ (b) 2.64×10^{24} kg (c) $0.2370\ g/cm^3$

(d) 6.320 J (e) $6.032\ N/m^2$ (f) $0.0006032\ m^2$

हल दी गई राशियों में सार्थक अंकों की संख्या नीचे दी गई है

(a) 0.007 में सार्थक अंक 1 है।
क्योंकि 1 से कम संख्या में दशमलव के दाईं ओर के पहले अशून्य अंक से पहले के शून्य सार्थक अंक नहीं होते हैं।

(b) 2.64×10^{24} में सार्थक अंक 3 हैं। क्योंकि सभी अशून्य अंक सार्थक अंक होते हैं तथा 10 की घातें सार्थक अंक नहीं होते हैं।

(c) 0.2370 में चार सार्थक अंक है। क्योंकि सभी अशून्य अंक तथा दशमलव भाग में अंतिम अशून्य अंक के बाद के सभी शून्य सार्थक अंक होते हैं।

(e) 6.032 में चार सार्थक अंक हैं। क्योंकि सभी अशून्य अंक तथा दो अशून्य अंको के बीच के सभी शून्य सार्थक अंक होते हैं। (कारण खण्ड 'c' की भाँति।

(f) 0.0006032 में सार्थक अंक 4 है। (कारण खण्ड 'a' की भाँति)

प्रश्न 11. **धातु की किसी आयताकार शीट की लम्बाई, चौड़ाई व मोटाई क्रमशः 4.234 m, 1.005 m व 2.01cm है। उचित सार्थक अंकों तक इस शीट का क्षेत्रफल व आयतन ज्ञात कीजिए।**

यदि समान राशि के विभिन्न मान, अलग-अलग मात्रकों में दिए गए हो, तो सर्वप्रथम उन्हें (सार्थक अंकों की संख्या में परिवर्तित किए बिना) समान मात्रकों में परिवर्तित करते हैं।

हल दिया है, आयताकार शीट की लम्बाई $(l) = 4234$ m

आयताकार शीट की चौड़ाई $(b) = 1.005$ m

आयताकार शीट की मोटाई $(t) = 2.01$ cm

$= 0.0201$ m

शीट का क्षेत्रफल $(A) = 2(l \times b + b \times t + t \times l)$

$= 2[(4.234 \times 1.005) + (1.005 \times 0.0201) + (0.0201 \times 4.234)]$

$= 2 \times 4.3604739$

$= 8.7209478\ m^2$

क्योंकि मोटाई में न्यूनतम सार्थक अंक 3 हैं, अतः क्षेत्रफल को भी 3 सार्थक अंकों तक पूर्णांकन करने पर,

आयताकार शीट का क्षेत्रफल $(A) = 8.72\ m^2$

आयताकार शीट का आयतन $(V) = l \times b \times t$

$= 4.234 \times 1.005 \times 0.0201$

$= 0.0855289$

तीन सार्थक अंकों तक पूर्णांक करने पर,

शीट का आयतन $= 0.0855\ m^3$

प्रश्न 12. पंसारी की तुला द्वारा मापे गए डिब्बे का द्रव्यमान 2.3000 kg है। सोने के दो टुकड़े जिनका द्रव्यमान 20.15 g व 20.17 g है, डिब्बे में रखे जाते हैं। (a) डिब्बे का कुल द्रव्यमान कितना है, (b) उचित सार्थक अंकों तक टुकड़ों के द्रव्यमानों में कितना अंतर है?

हल दिया है, डिब्बे का द्रव्यमान $(m) = 2.3$ kg

सोने के पहले टुकड़े का द्रव्यमान $(m_1) = 20.15$ g $= 0.02015$ kg

सोने के दूसरे टुकड़े का द्रव्यमान $(m_2) = 20.17$ g $= 0.02017$ kg

(a) डिब्बे का कुल द्रव्यमान $(M) = m + m_1 + m_2$

$$= 2.3 + 0.02015 + 0.02017$$

$$= 2.34032 \text{ kg}$$

∵ डिब्बे के द्रव्यमान में सबसे कम दशमलव अंक अर्थात् केवल एक दशमलव अंक है। अतः डिब्बे के कुल द्रव्यमान में भी केवल एक दशमलव अंक होगा।

अतः डिब्बे के कुल द्रव्यमान का दशमलव के एक अंक तक पूर्णांकन करने पर,

डिब्बे का कुल द्रव्यमान $(M) = 2.3$ kg

(b) सोने के टुकड़ो के द्रव्यमानों में अंतर $(\Delta m) = m_2 - m_1 = 20.17 - 20.15 = 0.02$ g

सोने के दोनों टुकड़ों के द्रव्यमानों में दो दशमलव अंक है इसलिये द्रव्यमानों के अचर के द्रव्यमानों के अन्तर के मान में भी दो दशमलव अंक होंगे।

अतः द्रव्यमानों के अन्तर का यह मान सही है।

प्रश्न 13. कोई भौतिक राशि P, चार प्रेक्षण–योग्य राशियों a, b, c तथा d से इस प्रकार सम्बन्धित है

$$P = a^3 b^2 / \sqrt{cd}$$

a, b, c तथा d के मापने में प्रतिशत त्रुटियां क्रमशः 1%, 3%, 4%, तथा 2% हैं। राशि P में प्रतिशत त्रुटि कितनी है? यदि उपर्युक्त सम्बन्ध का उपयोग करके P का परिकलित मान 3.763 आता है, तो आप परिणाम का किस मान तक निकटन करेंगे?

हल दिया है, $P = \dfrac{a^3 b^2}{\sqrt{c}d}$

भौतिक राशि P में अधिकतम आपेक्षिक त्रुटि

$$\frac{\Delta P}{P} = \pm\left[3\left(\frac{\Delta a}{a}\right) + 2\left(\frac{\Delta b}{b}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta c}{c}\right) + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)\right]$$

∴ P में अधिकतम प्रतिशत त्रुटि

$$\frac{\Delta P}{P} \times 100 = \pm\left[3\left(\frac{\Delta a}{a} \times 100\right) + 2\left(\frac{\Delta b}{b} \times 100\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta c}{c} \times 100\right) + \left(\frac{\Delta d}{d} \times 100\right)\right]$$

लेकिन,

$$\frac{\Delta a}{a} \times 100 = 1\%, \frac{\Delta b}{b} \times 100 = 3\%$$

$$\frac{\Delta c}{c} \times 100 = 4\%, \frac{\Delta d}{d} \times 100 = 2\%$$

$\therefore \qquad \frac{\Delta P}{P} \times 100 = \pm \left[3 \times (1) + 2 \times (3) + \frac{1}{2} \times (4) + (2)\right]$

$$= \pm [3 + 6 + 2 + 2]\% = \pm 13\%$$

परिणाम (13%) में दो सार्थक अंक हैं, अतः $P = 3.763$ के मान में भी केवल 2 सार्थक अंक होने चाहिए। अतः P के मान को 2 सार्थक अंकों तक पूर्णांक करने पर $P = 3.8$ प्राप्त होगा।

प्रश्न 14. किसी पुस्तक में, जिसमें छपाई की अनेक त्रुटियाँ हैं, आवर्त गति कर रहे किसी कण के विस्थापन के चार भिन्न सूत्र दिए हैं :

(a) $y = a \sin 2\pi t/T$ (b) $y = a \sin vt$

(c) $y = (a/T) \sin t/a$ (d) $y = (a\sqrt{2})(\sin 2\pi t/T + \cos 2\pi t/T)$

(a = कण का अधिकतम विस्थापन, v = कण की चाल, T = गति का आवर्तकाल)। विमीय आधारों पर गलत सूत्रों को निकाल दीजिए।

हल विमाओं के समांगता के नियमानुसार, यदि किसी सम्बन्ध में सभी जोड़े या घटाये जाने वाले पदों की विमाएँ समान हैं तो सम्बन्ध सही है, और यदि नहीं तो सम्बन्ध सही नहीं है।

प्रत्येक सम्बन्ध में बाएँ पक्ष की विमा [L] है, अतः दाएँ पक्ष की विमा भी [L] होनी चाहिए तथा त्रिकोणमीतिय फलनों का कोण विमाहीन होना चाहिए।

(a) $\because \frac{2\pi t}{T}$ विमाहीन है, अतः दाएँ पक्ष की विमा = [L]

अतः यह सूत्र सही है।

(b) दाएँ पक्ष की विमा $= [L] \sin [LT^{-1}][T] = [L] \sin [L]$

यहाँ कोण विमाहीन नहीं है। अतः यह सूत्र सही नहीं है।

(c) दाएँ पक्ष की विमा $= \frac{[L]}{[L]} \sin \frac{[T]}{[L]} = [LT^{-1}] \sin [L^{-1}T]$

यहाँ कोण विमाहीन नहीं है, अतः यह सूत्र सही नहीं है।

(d) दाएँ पक्ष की विमा $= [L]\left[\sin \frac{[T]}{[T]} + \cos \frac{[T]}{[T]}\right] = [L]$

$\because$ कोण विमाहीन तथा दाएँ पक्ष की विमा बाएँ पक्ष की विमा के बराबर है। अतः यह सूत्र सही है।

प्रश्न 15. भौतिकी का एक प्रसिद्ध सम्बन्ध किसी कण के 'चल द्रव्यमान (moving mass) m, विराम द्रव्यमान (rest mass) m_0, इसकी चाल v और प्रकाश की चाल c के बीच है। (यह सम्बन्ध सबसे पहले अल्बर्ट आइन्सटीन के विशेष आपेक्षिकता के सिद्धान्त के परिणामस्वरूप उत्पन्न हुआ था) कोई छात्र इस सम्बन्ध को लगभग सही याद करता है लेकिन स्थिरांक c को लगाना भूल जाता है। वह लिखता है : $m = \frac{m_0}{(1 - v^2)^{1/2}}$। अनुमान लगाइए कि c कहाँ लगेगा।

हल लड़के द्वारा लिखा गया सम्बन्ध $m = \frac{m_0}{(1 - v^2)^{1/2}}$

विमीय समांगता के नियम से, किसी सम्बन्ध में दोनों ओर की विमाएँ होनी चाहिए, अर्थात् सम्बन्ध के दोनों पक्षों में M,L व T की घातें समान होनी चाहिए।

m की विमा m_0 की विमा के बराबर है, अतः सम्बन्ध को हर (denominator) $(1-v^2)^{1/2}$ विमाहीन होना चाहिए। यहाँ संख्या 1 तो विमाहीन है परन्तु v^2 विमाहीन नहीं है। इसे विमाहीन बनाने के लिए इसे समान राशि की समान घात से भाग करना होगा । अतः यह विमाहीन होने के लिए (v^2/c^2) होना चाहिए।

अतः सही सम्बन्ध $m = \dfrac{m_0}{\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}$ होगा ।

प्रश्न 16. परमाणविक पैमाने पर लम्बाई का सुविधाजनक मात्रक एंगस्ट्रॉम है और इसे Å : $1\text{Å} = 10^{-10}$ m द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है। हाइड्रोजन के परमाणु का आमाप लगभग 0.5 Å है। हाइड्रोजन परमाणुओं के एक मोल का m^3 में कुल आणविक आयतन कितना होगा?

हल हाइड्रोजन परमाणु की त्रिज्या $(r) = 0.5\ \text{Å} = 0.5 \times 10^{-10}$ m

प्रत्येक हाइड्रोजन परमाणु का आयतन $(V) = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (0.5 \times 10^{-10})^3$

$= 5.234 \times 10^{-31}\ m^3$

हाइड्रोजन के 1 मोल में परमाणुओं की संख्या = आवोगाद्रो संख्या $(N) = 6.023 \times 10^{23}$

$\therefore$ 1 मोल हाइड्रोजन परमाणुओं का आयतन (V')

= हाइड्रोजन के 1 परमाणु का आयतन × परमाणुओं की संख्या

$V' = V \times N$

$= 5.236 \times 10^{-31} \times 6.023 \times 10^{23}\ m^3$

$= 3.152 \times 10^{-7}\ m^3$

प्रश्न 17. किसी आदर्श गैस का एक मोल (ग्राम अणुक) मानक ताप व दाब पर 22.4L आयतन (ग्राम अणुक आयतन) घेरता है। हाइड्रोजन के ग्राम अणुक आयतन तथा उसके एक मोल के परमाणविक आयतन का अनुपात क्या है? (हाइड्रोजन के अणु की आमाप लगभग 1Å मानिए)। यह अनुपात इतना अधिक क्यों है?

हल दिया है, एक मोल हाइड्रोजन का मोलर आयतन $= 22.4\ \text{L} = 22.4 \times 10^{-3}\ m^3$

हाइड्रोजन अणु का व्यास $(d) = 1\ \text{Å} = 10^{-10}$ m

$\therefore$ हाइड्रोजन अणु की त्रिज्या $(r) = \frac{d}{2} = \frac{10^{-10}}{2} = 0.5 \times 10^{-10}$ m

हाइड्रोजन के एक अणु का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times (0.5 \times 10^{-10})^3$

$= 5.234 \times 10^{-31}\ m^3$

एक मोल हाइड्रोजन में अणुओं की संख्या = आवोगाद्रो संख्या (N)

$$= 6.023 \times 10^{23}$$

∴ एक मोल हाइड्रोजन का आयतन = एक मोल हाइड्रोजन में अणुओं की संख्या × हाइड्रोजन के 1 अणु का आयतन

$$= 6.023 \times 10^{23} \times 5.234 \times 10^{-31}$$

$$= 3.152 \times 10^{-7}\ m^3$$

∴ मोलर आयतन/परमाणुक आयतन $= \dfrac{22.4 \times 10^{-3}}{3.154 \times 10^{-7}}$

$$= 7.1 \times 10^4$$

यह अनुपात बहुत बड़ा है जो प्रदर्शित करता है कि गैस के अणुओं के बीच का रिक्त स्थान गैस के अणुओं के आयतन से बहुत अधिक है।

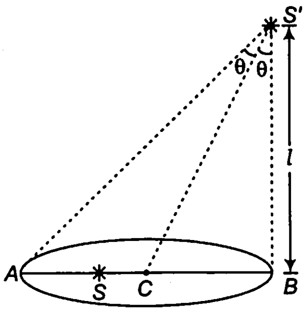
प्रश्न 18. इस सामान्य प्रेक्षण की स्पष्ट व्याख्या कीजिए : यदि आप तीव्र गति से गतिमान किसी रेलगाड़ी की खिड़की से बाहर देखें तो समीप के पेड़, मकान आदि रेलगाड़ी की गति की विपरीत दिशा में तेजी से गति करते प्रतीत होते हैं, परंतु दूरस्थ पिण्ड (पहाड़ियां, चन्द्रमा, तारे आदि) स्थिर प्रतीत होते हैं। (वास्तव में, क्योंकि आपको ज्ञात है कि आप चल रहे हैं, इसलिए, ये दूरस्थ वस्तुएं आपको अपने साथ चलती हुई प्रतीत होती हैं)।

हल वस्तु को आँख से मिलाने वाली रेखा **दृश्य रेखा** (line of sight) कहलाती है। तीव्र गति से चलने वाली ट्रेन के बाहर स्थित किसी वस्तु का आपेक्षिक वेग तीव्र होगा या धीमा यह इस रेखा की कोणीय चाल पर निर्भर करता है। निकट स्थित वस्तुओं जैसे-पेड़, घर आदि की दृश्य रेखा कम समय में बड़े कोण तय करती है, अतः वे विपरीत दिशा में तीव्र वेग से गति करते हुए प्रतीत होते हैं।

बहुत दूर स्थित वस्तुएं जैसे-पहाड़, चन्द्रमा, तारें आदि की द्रश्य रेखा समान समय में छोटे कोण तय करती है अतः वे लगभग स्थिर प्रतीत होते हैं अर्थात् ट्रेन की गति की दिशा में गति करते हुए प्रतीत होते हैं।

प्रश्न 19. समीपी तारों की दूरियाँ ज्ञात करने के लिए अनुभाग 1 में दिए गए 'लम्बन' के सिद्धान्त का प्रयोग किया जाता है। सूर्य के परितः अपनी कक्षा में छः महीनों के अंतराल पर पृथ्वी की अपनी, दो स्थानों को मिलाने वाली, आधार रेखा AB है। अर्थात् आधार रेखा पृथ्वी की कक्षा के व्यास $\approx 3 \times 10^{11}$ m के लगभग बराबर है। लेकिन, चूँकि निकटतम तारे भी इतने अधिक दूर हैं कि इतनी लम्बी आधार रेखा होने पर भी वे चाप के केवल 1" (सेकण्ड, चाप का) की कोटि का लम्बन प्रदर्शित करते हैं। खगोलीय पैमाने पर लम्बाई का सुविधाजनक मात्रक पारसेक है। यह किसी पिण्ड की वह दूरी है जो पृथ्वी से सूर्य तक की दूरी के बराबर आधार रेखा के दो विपरीत किनारों से चाप के 1" का लम्बन प्रदर्शित करती है। मीटरों में एक पारसेक कितना होता है?

हल पृथ्वी की अर्द्धदीर्घ अक्ष द्वारा तारे पर अन्तरित कोण को उस तारे का लम्बन (Parallax) θ कहते हैं।



$b = AB =$ आधार रेखा

$=$ पृथ्वी की कक्षा का व्यास

लम्बन कोण $(\theta) = 1\text{ s} = \frac{1}{60}\text{ min}$

$$= \frac{1^\circ}{60 \times 60} = \frac{1}{60 \times 60} \times \frac{\pi}{180}\text{ rad}$$

$$= 4.85 \times 10^{-6}\text{ rad}$$

लम्बन विधि से $(l) = \frac{b}{2\theta}$

$$= \frac{3 \times 10^{11}}{2 \times 4.85 \times 10^{-6}}$$

$$= 3.08 \times 10^{16}\text{ m}$$

$\therefore$ 1 पारसेक $= 3.08 \times 10^{16}$ m

प्रश्न 20. हमारे सौर परिवार से निकटतम तारा 4.29 प्रकाश वर्ष दूर है। पारसेक में यह दूरी कितनी है? यह तारा (ऐल्फा सेंटौरी नामक) तब कितना लम्बन प्रदर्शित करेगा जब इसे सूर्य के परितः अपनी कक्षा में पृथ्वी के दो स्थानों से जो छः महीने के अंतराल पर हैं, देखा जाएगा?

हल निकटतम तारे की दूरी = 4.29 ly

$$= (4.29 \times 9.46 \times 10^{15})\text{ m} \qquad (\because 1\text{ ly} = 9.46 \times 10^{15}\text{ m})$$

$$= \frac{4.29 \times 9.46 \times 10^{15}}{3.08 \times 10^{16}}\text{ parsec} \qquad (\because 1\text{ parsec} = 3.08 \times 10^{16}\text{ m})$$

$$= 1.318\text{ parsec} = 1.32\text{ parsec}$$

प्रश्न 21. भौतिक राशियों का परिशुद्ध मापन विज्ञान की आवश्यकताएँ हैं। उदाहरण के लिए, किसी शत्रु के लड़ाकू जहाज की चाल सुनिश्चित करने के लिए बहुत ही छोटे समय-अंतरालों पर इसकी स्थिति का पता लगाने की कोई यथार्थ विधि होनी चाहिए। द्वितीय विश्व युद्ध में राडार की खोज के पीछे वास्तविक प्रयोजन यही था। आधुनिक विज्ञान के उन भिन्न उदाहरणों को सोचिए जिनमें लम्बाई, समय, द्रव्यमान आदि के परिशुद्ध मापन की आवश्यकता होती है। अन्य किसी विषय में भी आप बता सकते हैं, परिशुद्धता की मात्रात्मक धारणा दीजिए।

हल भौतिक राशियों जैसे लम्बाई, द्रव्यमान, समय आदि का परिशुद्ध मापन खगोलशास्त्र, नाभिकीय भौतिकी, क्रिस्टलोग्राफी तथा चिकित्सा विज्ञान के विकास की मूल आवश्यकताओं में से एक है।

खगोलीय दूरियों जैसे चन्द्रमा की पृथ्वी से दूरी का लेसर पुंज द्वारा मापन करने के लिए समय की परिशुद्धता से मापन की आवश्यकता होती है। समय के मापन में एक छोटी गलती चन्द्रमा की पृथ्वी से दूरी में बड़ी गलती उत्पन्न कर सकती है, जिसके कारण चन्द्रमा पर पहुँचने में असफलता हो सकती है। समय का यह मापन 10^{-9} सेकण्ड कोटि का है। परमाणविक अथवा नाभिकीय क्रियाओं, नाभिकीय हथियारों तथा नाभिकीय ऊर्जा ग्रहों में द्रव्यमान एवं समय की परिशुद्धता से मापन की आवश्यकता होती है, जिसकी कोटि 10^{-9} kg तथा 10^{-9} s है। इनमें एक छोटी-सी गलती एक भयंकर दुर्घटना का कारण बन सकती है, जैसा कि कुछ समय पूर्व जापान में हुआ था।

चिकित्सा विज्ञान में शरीर में ट्यूमर (जिसका आकार 10^{-9} मीटर कोटि का हो) की स्थिति, आकार एवं द्रव्यमान का पता लगाने के लिए लम्बाई को परिशुद्धता से मापन की आवश्यकता होती है। इसकी स्थिति, आकार एवं द्रव्यमान के मापन में छोटी-सी गलती लेसर थेरेपी में शरीर के किसी अंग को क्षतिग्रस्त कर सकती है।

प्रश्न 22. जिस प्रकार विज्ञान में परिशुद्ध मापन आवश्यक है, उसी प्रकार अल्पविकसित विचारों तथा सामान्य प्रेक्षणों को उपयोग करने वाली राशियों के स्थूल आकलन कर सकना भी उतना ही महत्वपूर्ण है। उन उपायों को सोचिए जिनके द्वारा आप निम्नलिखित का अनुमान लगा सकते हैं : (जहाँ अनुमान लगाना कठिन है वहाँ राशि की उपरिसीमा पता लगाने का प्रयास कीजिए)।

(a) **मानसून की अवधि में भारत के ऊपर वर्षाधारी मेघों का कुल द्रव्यमान।**

(b) **किसी हाथी का द्रव्यमान।**

(c) **किसी तूफान की अवधि में वायु की चाल।**

(d) **आपके सिर के बालों की संख्या।**

(e) **आपकी कक्षा के कमरे में वायु के अणुओं की संख्या।**

हल (a) **मानसून की अवधि में भारत के ऊपर वर्षाधारी मेघों का कुल द्रव्यमान :**

यदि मौसम विज्ञानी मानसून की अवधि में 10 cm की माध्य वर्षा रिकॉर्ड करते हैं तब

माध्य वर्षा की ऊँचाई $(h) = 10\text{ cm} = 0.1\text{ m}$

भारत का क्षेत्रफल $(A) = 3.3$ million square km

$$= 3.3 \times 10^6\text{ km}^2 \qquad (\because 1\text{ million} = 10^6)$$

$$= 3.3 \times 10^6\ (10^3\text{ m})^2 \qquad (\because 1\text{ km} = 10^3\text{ m})$$

$$= 3.3 \times 10^6 \times 10^6\text{ m}^2$$

$$= 3.3 \times 10^{12}\text{ m}^2$$

वर्षा के जल का कुल आयतन (V) = क्षेत्रफल × ऊँचाई

$$= A \times h$$

$$= 3.3 \times 10^{12}\text{ m}^2 \times 0.1\text{ m}$$

$$= 3.3 \times 10^{11}\text{ m}^3$$

जल का घनत्व $(\rho) = 10^3\ kg/m^3$

$\therefore$ वर्षा के जल का द्रव्यमान (m) = आयतन × घनत्व

$$m = V \times \rho$$

$$= 3.3 \times 10^{11}\ m^3 \times 10^3\ kg/m^3 \quad \left[\because \text{घनत्व} = \frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}}\right]$$

$$\because \quad = 3.3 \times 10^{14}\ kg$$

अतः मानसून की अवधि में भारत के ऊपर वर्षाधारी मेघों का कुल द्रव्यमान 3.3×10^{14}kg है।

(b) **किसी हाथी का द्रव्यमान** किसी हाथी का द्रव्यमान हम तैरने के नियम कि सहायता से ज्ञात कर सकते हैं। इसके अनुसार तैरती हुई अवस्था में किसी वस्तु का द्रव्यमान उस वस्तु के द्रव में डूबे हुए भाग द्वारा हटाए गए द्रव के भार के बराबर होता है। हम ज्ञात आधार क्षेत्रफल A की एक नाव लेते हैं। अब हम खाली नाव को पानी में ले जाते हैं तथा पानी में नाव के डूबे हुए भाग की गहराई (d_1) माप लेते हैं।

$\therefore$ नाव द्वारा विस्थापित पानी का आयतन $(V_1) = Ad_1$

अब नाव में हाथी को ले जाते हैं तथा नाव के पानी में डूबे हुए भाग की गहराई (d_2) माप लेते हैं।

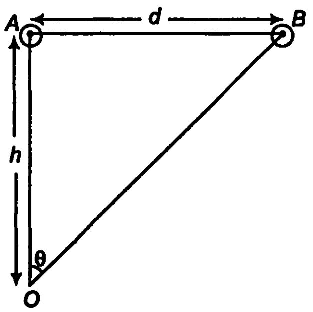
$\therefore$ नाव तथा हाथी द्वारा विस्थापित पानी का आयतन $(V_2) = Ad_2$

$\therefore$ हाथी द्वारा विस्थापित पानी का आयतन $= V_2 - V_1 = Ad_2 - Ad_1 = A(d_2 - d_1)$

यदि पानी का घनत्व ρ है तब,

हाथी का द्रव्यमान = हाथी द्वारा विस्थापित पानी का भार $= A(d_2 - d_1)\rho$

(c) **किसी तूफान की अवधि में वायु की चाल** हम गैस से भरा एक गुब्बारा लेते हैं तथा इसे h ऊँचाई पर (जैसे किसी भवन की छत पर) ऊर्ध्वाधर स्थिति A पर पकड़ते हैं। अब गुब्बारे को छोड़ देने पर यह वायु की दिशा में गति करता है। यदि 1 s बाद गुब्बारा B स्थिति पर हो जबकि $\angle AOB = \theta$.



कोण $\theta = \frac{d}{h}$ अथवा $d = h\theta$

वायु के कारण दूरी d गुब्बारे द्वारा 1s में तय की जाती है। अतः यह वायु की चाल के बराबर है।

(d) **सिर के बालों की संख्या** यदि सिर पर बालों का एकसमान वितरण मान लें तब,

सिर पर बालों की संख्या = $\dfrac{\text{सिर का क्षेत्रफल}}{\text{बाल के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल}}$

सिर के बाल की मोटाई किसी उपयुक्त उपकरण की सहायता से ज्ञात करते हैं।

यदि इसका मान

$$d = 5 \times 10^{-5}\ \text{m}$$
$$= 5 \times 10^{-3}\ \text{cm}$$

मनुष्य के सिर के बाल का अनुप्रस्थ क्षेत्रफल

$$= \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$
$$= \frac{3.14 \times (5 \times 10^{-3})^2}{4}$$
$$= \frac{3.14 \times 2.5}{4} \times 10^{-6}\ \text{cm}^2$$

मनुष्य के सिर की औसत त्रिज्या $(r) = 8$ cm

$\therefore$ मनुष्य के सिर का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$$= 3.14 \times (8)^2$$
$$= 3.14 \times 64\ \text{cm}^2$$

$\therefore$ सिर पर बालों की संख्या $= \dfrac{3.14 \times 64}{3.14 \times \dfrac{25}{4} \times 10^{-6}} \approx 10 \times 10^6 = 10^7$

(e) **आपकी कक्षा के कमरे में वायु के अणुओं की संख्या** हम अपनी कक्षा की लम्बाई (l) चौड़ाई (b) तथा ऊँचाई (h) माप लेते हैं।

$\therefore$ कक्षा का आयतन = कक्षा में वायु का आयतन $V = l \times b \times h$ हम जानते हैं कि NTP पर एक मोल वायु का आयतन 22.4 लीटर अर्थात् $22.4 \times 10^{-3}\text{m}^3$ होता है।

वायु के एक मोल में अणुओं की संख्या = आवोगाद्रो संख्या $(N) = 6.023 \times 10^{23}$

$\therefore$ हमारी कक्षा में वायु के अणुओं की संख्या $= \dfrac{6.023 \times 10^{23}}{22.4 \times 10^{-3}} \times (l \times b \times h)$

प्रश्न 23. सूर्य एक ऊष्म प्लज्मा (आयनीकृत पदार्थ) है जिसके आन्तरिक क्रोड का ताप 10^7 K से अधिक और बाह्य पृष्ठ का ताप लगभग 6000 K है। इतने अधिक ताप पर कोई भी पदार्थ ठोस या तरल प्रावस्था में नहीं रह सकता। आपको सूर्य का द्रव्यमान घनत्व किस परिसर में होने की आशा है? क्या यह ठोसों, तरलों या गैसों के घनत्वों के परिसर में है? क्या आपका अनुमान सही है, इसकी जांच आप निम्नलिखित आंकड़ों के आधार पर कर सकते हैं : सूर्य का द्रव्यमान = 2.0×10^{30} kg : सूर्य की त्रिज्या = 7.0×10^8 m।

हल दिया है, सूर्य का द्रव्यमान $(M) = 2.0 \times 10^{30}$kg

सूर्य की त्रिज्या $(R) = 7.0 \times 10^8$m

$$\text{सूर्य का घनत्व} = \frac{\text{सूर्य का द्रव्यमान } (M)}{\text{सूर्य का आयतन } (V)} \qquad \left[\because \text{घनत्व} = \frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}}\right]$$

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3}{4}\frac{M}{\pi R^3}$$

$$= \frac{3 \times 2.0 \times 10^{30}}{4 \times 3.14 \times (7.0 \times 10^8)^3}$$

$$= \frac{3 \times 10^{30}}{6.28 \times 343 \times 10^{24}}$$

$$= 1.392 \times 10^3$$

$$\approx 1.4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

यह घनत्व ठोस तथा द्रव के घनत्व की कोटि का है न कि गैस के घनत्व की कोटि का। सूर्य के आन्तरिक भाग का ताप 10^7K है जबकि बाहरी सतहों का ताप लगभग 6000 K है। इतने उच्च ताप पर कोई भी तत्व अपनी ठोस अथवा द्रव अवस्था में नहीं रह सकता है। वह उच्च आयनीकृत हो जाता है तथा वह नाभिक, मुक्त इलेक्ट्रॉन एवं आयनों के मिश्रण के रूप में रहता है, जिसे प्लाज्मा कहते हैं। सूर्य की आन्तरिक परतों के बाहरी परतों पर कार्यरत् गुरुत्वाकर्षण के कारण प्लाज्मा का घनत्व बहुत आधिक होता है।

प्रश्न 24. जब बृहस्पति ग्रह पृथ्वी से 8247 लाख किलोमीटर दूर होता है, तो इसके व्यास की कोणीय माप 35.72" का चाप है। बृहस्पति का व्यास परिकलित कीजिए।

हल बृहस्पति ग्रह की पृथ्वी से दूरी (d) = 824.7 million km = 824.7×10^6 km

बृहस्पति का कोणीय व्यास = 35.72″

परन्तु $1° = 60' = (60 \times 60)''$

अथवा $$1'' = \left(\frac{1}{60 \times 60}\right)^\circ$$

$$= \frac{1}{60 \times 60} \times \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

$$= \frac{3.14}{60 \times 60 \times 180} \text{ rad}$$

$$1'' = 4.85 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

$\therefore$ बृहस्पति का कोणीय व्यास $(\theta) = (35.72 \times 4.85 \times 10^{-6})$ rad

यदि बृहस्पति का व्यास D है तो कोणीय व्यास

$$\theta = \frac{D}{d}$$

अथवा $$D = \theta d$$

$$= (35.72 \times 4.85 \times 10^{-6}) \times 824.7 \times 10^6$$

$$= 142873$$

$$= 1.429 \times 10^5 \text{ km}$$

विविध प्रश्नावली

प्रश्न 25. **वर्षा के समय में कोई व्यक्ति चाल v के साथ तेजी से चला जा रहा है। उसे अपने छाते टेढ़ा करके ऊर्ध्व के साथ θ कोण बनाना पड़ता है। कोई विद्यार्थी कोण θ व v के बीच निम्नलिखित सम्बन्ध व्युत्पन्न करता है :**
$\tan\theta = v$: और वह इस सम्बन्ध के औचित्य की सीमा का पता लगाता है : जैसे कि आशा की जाती है यदि $v \to 0$ तो $\theta \to 0$। (हम यह मान रहे हैं कि तेज हवा नहीं चल रही है और किसी खड़े व्यक्ति के लिए वर्षा ऊर्ध्वाधरत : पड़ रही है)। क्या आप सोचते हैं कि यह सम्बन्ध सही हो सकता है? यदि ऐसा नहीं है तो सही सम्बन्ध का अनुमान लगाइए।

हल मनुष्य द्वारा व्युत्पन्न सम्बन्ध, $\tan\theta = v$

इस सम्बन्ध का बायाँ पक्ष विमाहीन है, क्योंकि यह एक त्रिकोणमीतिय फलन है।

इस सम्बन्ध के दाएँ पक्ष की विमा = $[LT^{-1}]$

सम्बन्ध के बाएँ पक्ष की विमा दाएँ पक्ष की विमा के बराबर नहीं है अतः यह सम्बन्ध सही नहीं है। विमाहीन होने के लिए दायाँ पक्ष $\frac{v}{u}$ होना चाहिए।

अतः सही सम्बन्ध $\tan\theta = \frac{v}{u}$ हैं।

प्रश्न 26. **यह दावा किया जाता है कि यदि बिना किसी बाधा के 100 वर्षों तक दो सीजियम घड़ियों को चलने दिया जाए, तो उनके समयों में केवल 0.02 s का अंतर हो सकता है। मानक सीजियम घड़ी द्वारा 1s के समय अंतराल को मापने में यथार्थता के लिए इसका क्या अभिप्राय है?**

हल

$$\text{कुल समय } (t) = 100 \text{ yr}$$
$$= 100 \times 365\frac{1}{4} \text{ days}$$
$$= 100 \times 365\frac{1}{4} \times 24 \text{ h}$$
$$= 100 \times 365\frac{1}{4} \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}$$

$$\text{समय में अंतर } (\Delta t) = 0.02 \text{ s}$$

$$1 \text{ s में त्रुटि} = \frac{0.02}{100 \times 365\frac{1}{4} \times 24 \times 60 \times 60}$$
$$= \frac{2 \times 10^{-2} \times 4}{1461 \times 24 \times 36 \times 10^4}$$
$$= 6.34 \times 10^{-12} \text{ s}$$
$$= 10^{-12} \text{ s}$$

अतः सीजियम घड़ी द्वारा 1 s समय अंतराल के मापन में यथार्थता 10^{-12}s है।

प्रश्न 27. एक सोडियम परमाणु का आमाप लगभग 2.5Å मानते हुए उसके माध्य द्रव्यमान घनत्व का अनुमान लगाइए। (सोडियम के परमाण्वीय द्रव्यमान तथा आवोगाद्रो संख्या के ज्ञात मान का प्रयोग कीजिए।) इस घनत्व की क्रिस्टलीय प्रावस्था में सोडियम के घनत्व $970\ kg\ m^{-3}$ के साथ तुलना कीजिए। क्या इन दोनों घनत्वों के परिमाण की कोटि समान है? यदि हां, तो क्यों?

हल दिया है, सोडियम परमाणु की त्रिज्या

$$r = 2.5\ \text{Å} = 2.5 \times 10^{-10}\ m \qquad (\because 1\ \text{Å} = 10^{-10}\ m)$$

$$\text{सोडियम परमाणु का आयतन} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times (2.5 \times 10^{-10})^3$$

$$= 65.42 \times 10^{-30}\ m^3$$

सोडियम के 1 मोल में परमाणुओं की संख्या = आवोगाद्रो संख्या (N)

$$N = 6.023 \times 10^{23}$$

∴ सोडियम का परमाणुक आयतन = सोडियम के एक अणु का आयतन × परमाणुओं की संख्या

$$= 65.42 \times 10^{-30} \times 6.023 \times 10^{23}$$

$$= 3.94 \times 10^{-5}\ m^3$$

सोडियम के एक मोल का द्रव्यमान $= 23\ g = 23 \times 10^{-3}\ kg$

∴ $$\text{सोडियम का औसत घनत्व} = \frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}}$$

$$\rho = \frac{23 \times 10^{-3}}{3.94 \times 10^{-5}}$$

$$\approx 5.84 \times 10^2\ kg/m^3$$

$$\approx 584\ kg/m^3$$

क्रिस्टलीय अवस्था में सोडियम का घनत्व $= 970\ kg/m^3 = 9.7 \times 10^2\ kg/m^3$

दोनों घनत्वों के परिमाण समान कोटि के हैं क्योंकि ठोस अवस्था में अणु दृढ़तापूर्वक परस्पर जुड़े रहते हैं।

प्रश्न 28. नाभिकीय पैमाने पर लम्बाई का सुविधाजनक मात्रक फर्मी है $(1F = 10^{-15}\ m)$। नाभिकीय आमाप लगभग निम्नलिखित आनुभविक सम्बन्ध का पालन करते हैं
$r = r_0 A^{1/3}$, जहाँ r नाभिक की त्रिज्या, A इसकी द्रव्यमान संख्या और r_0 कोई स्थिरांक है जो लगभग 1.2F के बराबर है। यह प्रदर्शित कीजिए कि इस नियम का अर्थ है कि विभिन्न नाभिकों के लिए नाभिकीय द्रव्यमान घनत्व लगभग स्थिर है। सोडियम नाभिक के द्रव्यमान घनत्व का आकलन कीजिए। प्रश्न 27 में ज्ञात किए गए सोडियम परमाणु के माध्य द्रव्यमान घनत्व के साथ इसकी तुलना कीजिए।

हल दिया है, नाभिक की त्रिज्या $r = r_0 A^{1/3}$, जहाँ r_0 एक नियतांक तथा A द्रव्यमान संख्या हैं।

$$\text{नाभिक का आयतन } (V) = \frac{4}{3}\pi r^3$$
$$= \frac{4}{3}\pi (r_0 A^{1/3})^3$$
$$= \frac{4}{3}\pi r_0^3 A$$

माना प्रति नाभिकीय कण अर्थात् प्रोटॉन एवं न्यूट्रॉन का औसत द्रव्यमान m है।

∴ नाभिक का कुल द्रव्यमान (M) = प्रति नाभिकीय कण का औसत द्रव्यमान

× नाभिकीय कणों की कुल संख्या = mA

$$\text{नाभिक का घनत्व } (\rho) = \frac{\text{नाभिक का द्रव्यमान}}{\text{नाभिक का आयतन}} \quad \frac{mA}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A} = \frac{3m}{4\pi r_0^3}$$

यह द्रव्यमान संख्या (A) से स्वतंत्र है। अतः नाभिक का घनत्व सभी नाभिकों के लिए नियत है।

दिया है, $r_0 = 1.2\text{ F} = 1.2 \times 10^{-15}\text{ m}$ $(\because 1\text{F} = 10^{-15}\text{ m})$

और $m = 1.66 \times 10^{-27}\text{ kg}$

$$\therefore \quad \text{नाभिक का घनत्व} = \frac{3m}{4\pi r_0^3}$$
$$= \frac{3 \times 1.66 \times 10^{-27}}{4 \times 3.14 \times (1.2 \times 10^{-15})^3}$$
$$= 29 \times 10^{17}\text{ kg/m}^3$$

क्योंकि सभी नाभिकों का घनत्व समान है, अतः सोडियम नाभिक का घनत्व

$$= 2.29 \times 10^{17}\text{kg/m}^3$$

अब, $$\frac{\text{सोडियम नाभिक का घनत्व}}{\text{सोडियम परमाणु का घनत्व}} = \frac{2.29 \times 10^{17}}{5.84 \times 10^{2}}$$
$$= 3.9 \times 10^{14} \approx 0.39 \times 10^{15} \approx 10^{15}$$

अतः नाभिकीय द्रव्यमान घनत्व, परमाणु द्रव्यमान घनत्व का लगभग 10^{15} गुना होता है।

प्रश्न 29. लेसर (LASER), प्रकाश के अत्यधिक तीव्र, एकवर्णी तथा एकदिश किरण-पुंज का स्रोत है। लेसर के इन गुणों का लम्बी दूरियां मापने में उपयोग किया जाता है। लेसर को प्रकाश के स्रोत के रूप में उपयोग करते हुए पहले ही चन्द्रमा की पृथ्वी से दूरी परिशुद्धता के साथ ज्ञात की जा चुकी है। कोई लेसर प्रकाश किरण-पुंज चन्द्रमा के पृष्ठ से परावर्तित होकर 2.56s में वापस आ जाता है। पृथ्वी के परित: चन्द्रमा की कक्षा की त्रिज्या कितनी है?

यह प्रश्न प्रतिध्वनि अर्थात परावर्तित तरंगों के ग्रहण करने पर आधारित है। पृथ्वी के चारों ओर चन्द्रमा की त्रिज्या = पृथ्वी तथा चन्द्रमा के बीच की दूरी

हल लेसर पुंज के चन्द्रमा की सतह से परावर्तित होकर वापस आने में लगा समय

$$T = 2.56\text{ s}$$

∴ लेसर पुंज द्वारा चन्द्रमा तक पहुँचने में लगा समय

$$t = \frac{T}{2} = \frac{2.56}{2} = 1.28 \text{ s}$$

लेसर पुंज की चाल = प्रकाश की चाल $(c) = 3 \times 10^8$ m/s

∴ चन्द्रंमा की पृथ्वी से दूरी $(D) = c \times t = 3 \times 10^8 \times 1.28$

$$= 3.84 \times 10^8 \text{ m}$$

$$= 3.84 \times 10^5 \text{ km}$$

∴ पृथ्वी के चारों ओर चन्द्रमा की कक्षा की त्रिज्या = 3.84×10^5 km

प्रश्न 30. जल के नीचे वस्तुओं को ढूंढ़ने व उनके स्थान का पता लगाने के लिए सोनार (SONAR) में पराश्रव्य तंरगों का प्रयोग होता है। कोई पनडुब्बी सोनार से सुसज्जित है। इसके द्वारा जनित अन्वेषी तरंग और शत्रु की पनडुब्बी से परावर्तित इसकी प्रतिध्वनि की प्राप्ति के बीच काल विलम्ब 77.0s है। शत्रु की पनडुब्बी कितनी दूर है? (जल में ध्वनि की चाल = 1450m/s)।

हल तरंग उत्पन्न करने तथा उसके प्रतिध्वनि प्राप्त होने के बीच के समय का अंतर $T = 77.0$ s है। उत्पन्न की गई तरंग पानी में गति करते हुए, पानी के अंदर उपस्थित वस्तु से टकराती है। वस्तु से टकराने के बाद ये तरंगें परावर्तित हो जाती हैं। तरंग उत्पन्न करने तथा उसकी प्रतिध्वनि प्राप्त होने के बीच का समय = 2x तरंग द्वारा शत्रु की पनडुब्बी तक पहुँचने में लगा समय

∴ तरंग को शुत्र की पनडुब्बी तक पहुँचने में लगा समय

$$t = \frac{T}{2} = \frac{77.0}{2} \text{ s} = 38.5 \text{ s}$$

ध्वनि की जल में चाल $(v) = 1450$ m/s

∴ शत्रु की पनडुब्बी की दूरी $(D) = v \times t = 1450 \times 38.5$

$$= 55825 \text{ m}$$

$$= 55.825 \text{ km}$$

प्रश्न 31. हमारे विश्व में आधुनिक खगोलविदों द्वारा खोजे गए सर्वाधिक दूरस्थ पिण्ड इतनी दूर हैं कि उनके द्वारा उत्सर्जित प्रकाश को पृथ्वी तक पहुँचने में अरबों वर्ष लगते है। इन पिंडों (जिन्हें क्वासर 'Quasar' कहा जाता है।) के कई रहस्यमय लक्षण हैं जिनकी अभी तक संतोषजनक व्याख्या नहीं की जा सकी है। किसी ऐसे क्वासर की km में दूरी ज्ञात कीजिए जिससे उत्सर्जित प्रकाश को हम तक पहुँचने में 300 करोड़ वर्ष लगते हों।

हल दिया है, प्रकाश के पृथ्वी तक पहुँचने में लगा समय

$$t = 3.0 \text{ billion yr}$$

$$= 3 \times 10^9 \text{ yr} \qquad (\because 1 \text{ billion} = 10^9)$$

$$= 3 \times 10^9 \times 365 \text{ दिन}$$

$$= 3 \times 10^9 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}$$

प्रकाश की चाल $(c) = 3 \times 10^8$ m/s

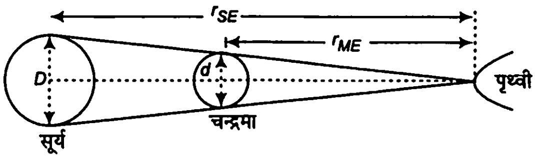
∴ क्वासर की पृथ्वी से दूरी

$$D = c \times t$$
$$= (3 \times 10^8 \times 3 \times 10^9 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60)\,\text{m}$$
$$= 2.84 \times 10^{25}\ \text{m} = 2.84 \times 10^{22}\ \text{km}$$

प्रश्न 32. यह एक विख्यात तथ्य है कि पूर्ण सूर्यग्रहण की अवधि में चन्द्रमा की चक्रिका सूर्य की चक्रिका को पूरी तरह ढक लेता है। इस तथ्य और उदाहरण 3 और 4 से एकत्र सूचनाओं क आधार-पर चन्द्रमा का लगभग व्यास ज्ञात कीजिए।

हल उदाहरण 3 तथा 4 से, हमे निम्न तथ्य प्राप्त होते हैं

चन्द्रमा की पृथ्वी से दूरी = 3.84×10^8 m



सूर्य की पृथ्वी से दूरी (r_{SE}) = 1.496×10^{11} m

सूर्य का व्यास (D) = 1.39×10^9 m

पूर्ण सूर्य ग्रहण के समय सूर्य, चन्द्रमा की चक्रिका द्वारा पूर्णतः ढक लिया जाता है।

∴ चन्द्रमा का कोणीय व्यास = सूर्य का कोणीय व्यास

$$\frac{d}{r_{ME}} = \frac{D}{r_{SE}}$$

∴
$$d = D \times \frac{r_{ME}}{r_{SE}}$$
$$= 1.39 \times 10^9 \times \frac{3.84 \times 10^8}{1.496 \times 10^{11}}$$
$$= 3.5679 \times 10^6\ \text{m}$$
$$= 3.5679 \times 10^3\ \text{km} = 3567.9\ \text{km}$$

प्रश्न 33. इस शताब्दी के एक महान भौतिकविद् (पी० ए० एम० डिरैक) प्रकृति के मूल स्थिरांकों (नियतांकों) के आंकिक मानों के साथ क्रीड़ा में आनन्द लेते थे। इससे उन्होंने एक बहुत ही रोचक प्रेक्षण किया। परमाण्वीय भौतिकी के मूल नियतांकों (जैसे इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान, प्रोटॉन का द्रव्यमान तथा गुरुत्वीय नियतांक (G) से उन्हें पता लगा कि वे एक ऐसी संख्या पर पहुँच गए हैं जिसकी विमा समय की विमा है। साथ ही, यह एक बहुत ही बड़ी संख्या थी और इसका परिमाण विश्व की वर्तमान आकलित आयु (~ 1500 करोड़ वर्ष) के करीब है। इस पुस्तक में दी गई मूल नियतांकों की सारणी के आधार पर यह देखने का प्रयास कीजिए कि क्या आप भी यह संख्या (या और कोई अन्य रोचक संख्या जिसे आप सोच सकते हैं।) बना सकते हैं? यदि विश्व की आयु तथा इस संख्या में समानता महत्वपूर्ण है तो मूल नियतांकों की स्थिरता किस प्रकार प्रभावित होगी?

हल परमाणु भौतिकी के कुल मूल नियतांक, नीचे दिए हैं

इलेक्ट्रॉन का आवेश $(e) = 1.6 \times 10^{-19}$ C

प्रकाश की निर्वात् में चाल $(c) = 3 \times 10^{8}$ m/s

गुरुत्वाकर्षण नियतांक $(G) = 6.67 \times 10^{-11}$ N-m^2/kg^2

इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान $(m_e) = 9.1 \times 10^{-31}$ kg

प्रोटॉन का द्रव्यमान $(m_p) = 1.67 \times 10^{-27}$ kg

निर्वात् की वैद्युत शीलता $(\varepsilon_0) = 8.85 \times 10^{-12}$ N-m^2/C^2

इन मूल नियतांकों को लेकर प्रयास करने पर हम एक ऐसी राशि x प्राप्त कर सकते हैं जिसकी विमा, समय की विमा के बराबर है। ऐसी ही एक राशि है।

$$x = \frac{e^4}{16\pi^2 \varepsilon_0^2 m_p m_e^2 c^3 G}$$

दाएँ पक्ष में प्रत्येक राशि की विमा रखने पर

$$[x] = \frac{[AT]^4}{[M^{-1}L^{-3}T^4A^2]^2 \times [M] \times [M]^2 \times [LT^{-1}]^3 \times [M^{-1}L^3T^{-2}]}$$
$$= [M^{2-1-2+1} L^{6-3-3} T^{4-8+2+3} A^{4-4}$$
$$= [M^{3-3} L^{6-6} T^{9-8} A^{4-4}]$$
$$= [M^0L^0TA^0]$$
$$= [T]$$

इस सम्बन्ध में सभी नियतांकों के मान रखने पर

$$x = \frac{(1.6 \times 10^{-19})^4}{16 \times (3.14)^2 \times (8.854 \times 10^{-12})^2 \times (1.67 \times 10^{-27}) \times (9.1 \times 10^{-31})^2 \times (3 \times 10^8)^3 \times (6.67 \times 10^{-11})}$$
$$= 2.18 \times 10^{16} \text{ s}$$
$$= 6.9 \times 10^{8} \text{ yr}$$
$$= 10^{9} \text{ yr}$$
$$= 1 \text{ billion yr}$$

राशि का परिकलित मान ब्रह्मण्ड की आयु के सन्निकट है।